Math. U.
8

R

Math Un 8

…esii. Opera varia mathesin
illustrantia 90.

Bibliothek Monacensis
Ord: Erm: S. P. Augustini

Funfzig Aufgaben
aus der
Algebra oder Analysis
aufgelößt
durch die gemeine Rechenkunst
als Beweis
daß durch zweckmäßige Anwendung derselben geleistet werden kann, was man durch die Algebra zu leisten vermag.

von
J. + W.
in
H + D.

Frankfurt am Main
In der Jägerschen Buchhandlung
1799.

R

Bayerische Staatsbibliothek München

W.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Als ich noch weder Falsi noch Algebra verstund, mir übrigens aber doch auf meine Geschicklichkeit in der gemeinen Rechenkunst nicht wenig einbildete, war es mir immer sehr ärgerlich, wenn ich denen, welche zwar selbst wenig oder gar nichts von Arithmetik verstunden, auf ihre — von Andern aufgefangenen — in der sogenannten Regula falsi, oder auch Coeci, und in der Algebra oder Analysis sich befindenden Aufgaben, mit einer befriedigenden Antwort nicht das Maul zu stopfen (man verzeihe, daß ich mich dieses Ausdruckes bediene) vermochte, und — wie man leicht denken kann — allemal dem einseitigen und mir sehr beißenden Urtheile: „Er kann Nichts," ausgesetzt war. — In der Folge, da ich selbst Andere im Rechnen unterrichtete, klagten mir mehrere meiner Schüler, daß sie dem nämlichen Schicksale ausgesetzt seyen. Von der Zeit an machte ich mir es zum Gesetze, diesem Uebel dadurch abzuhelfen, daß ich sie auch dergleichen, in den gewöhnlichen Rechenbüchern sich nicht

befindende Aufgaben, durch die gemeine Rechenkunst auflösen lehrte. Mein und meiner Schüler Schicksal ist auch Veranlassung dieser im Druck erschienenen 50 Aufgaben, welche ich aus den Werken eines Hahn, Häsele, Clemm, Maler und aus der Falsi des Simon Jacob vom 15ten Jahrhundert, genommen habe. Denn ob ich gleich nicht zweifele, daß jeder geschickte Rechenmeister der Auflösung solcher Aufgaben durch diesen Weg gewachsen seyn mag; so zweifele ich doch sehr daran, daß mancher wißbegierige Jüngling, besonders auf dem Lande, das Glück hat, mündlichen Unterricht von solchen geschickten Männern zu genießen; und ihm seyen diese Aufgaben ein Leitfaden, wornach er andre der Art zu behandeln wissen wird.

Man wird es mir übrigens zu gut halten, daß ich kein System beobachtet habe, und nicht daraus schließen, als verstünde ich es nicht; sondern man wird dieses kleine Werkchen aus dem Gesichtspunkt betrachten, aus welchem es betrachtet werden muß: daß es nämlich für praktische Rechner und nicht für Mathematiker geschrieben ist.

J + W.

Im Merz 1799.

Erste Aufgabe.

Wenn ein Teich mit zwo Schleußen versehen ist, durch deren eine derselbe in 18 Stunden angefüllt, und durch die andere in 24 Stunden abgelassen werden kann; so entsteht die Frage: in wie viel Stunden er angefüllt werden würde, wenn man, nachdem er zuvor ganz abgelassen wäre, die zwo Schleußen zugleich eröffnete?

Auflösung.

Man sieht leicht ein, daß nach Verlauf einer Stunde zwar der 18te Theil des erforderlichen Wassers, durch die Schleuße oberhalb, in den Teich; der 24te aber, durch die Schleuße unterhalb, auch wieder hinausgelaufen seyn muß. Man darf also nur den 1stündigen Ablauf vom 1stündigen Zuflusse abziehen und sehen, wie vielmal der Rest des Zuflusses in den 18 Theilen, oder welches einerley ist, in den 18 Stunden enthalten ist, wenn man obige Frage richtig beantworten will. Denn da eine Stunde zum Einlauf dieses Rests erfoderlich war; so folgt

hieraus, daß zur völligen Anfüllung des Teichs so viel Stunden erforderlich seyn müssen, als derselbe in den 18 Theilen oder Stunden enthalten ist.

Also:

Der 18te Theil aus 18 ist = 1; der 24te aber = $\frac{18}{24}$ = $\frac{3}{4}$. Diese $\frac{3}{4}$ von 1 oder $\frac{4}{4}$ abgezogen, bleibt $\frac{1}{4}$, oder von dem 1stündigen Zuflusse nur noch so viel übrig, als in einer Viertelstunde einläuft. Mit diesem $\frac{1}{4}$ in 18 dividirt, giebt die Antwort. Ein Viertel aber ist in 18 oder $\frac{72}{4}$ 72 mal enthalten, oder 18 Ganze sind 72 Viertel. Und so viel Stunden sind, nach obiger Bedingung, zur Anfüllung dieses Teichs erforderlich.

Zweyte Aufgabe.

Wenn ein Vestungsgraben, durch Eröffnung einer Schleuße oberhalb desselben, in 14 Stunden angefüllt, durch eine andere aber unterhalb, in 27 Stunden abgelassen werden kann, in wie viel Stunden wird er, bey Eröffnung der zwo Schleußen, voll seyn?

Auflösung.

Diese und die vorige Aufgabe läßt sich auch auf folgende Art erklären:

Der Ab- und Zufluß des Wassers verhält sich umgekehrt zu einander, wie die Zeiten desselben. Es verhält sich nämlich hier die Zeit des Zuflusses zur Zeit des Abflusses, wie 15 zu 27,

oder wie 5 zu 9, d. h. es fließt in 5 bestimmten Zeiträumen, z. B. Secunden, Minuten oder Stunden u. s. w., eben so viel Wasser zu, als in 9 gleich großen derselben abläuft; und fliessen umgekehrt, in gleich großem Zeitraume 9 Theile zu, und 5 gleich große Theile ab. Hieraus folgt nun, daß auch während obiger 15 Stunden 9 Theile zu- und 5 Theile abfließen, und also nach Verlauf dieser Zeit, nur noch 4 von den 9 Theilen Wassers im Graben sind. Wenn aber zum Einflusse dieser 4 Theile 15 Stunden erforderlich waren; so ist leicht einzusehen, daß, um zu finden, wie viel Stunden zu den noch mangelnden 5 Theilen erforderlich sind, man auf die Frage geleitet wird: Wie viel Stunden sind zum Einflusse dieser 5 Theile erforderlich, wenn zu 4 Theilen 15 Stunden erforderlich waren. Und diese zu finden, schließt man: Wie sich verhalten

4 : 5 = 15.
5
4 | 75 | 18 $\frac{3}{4}$ Stunden werden also noch zum Einflusse der 5 Theile erfordert. Diese zu den 15 Stunden addirt, macht überhaupt 33 $\frac{3}{4}$ Stunden, welche zur völligen Anfüllung des Grabens erforderlich sind.
35
$\frac{3}{4}$

Dritte Aufgabe.

In wie viel Stunden wird ein angefüllter Teich bei Eröffnung zweier Schleußen leer laufen, durch deren eine derselbe in 14 Stunden angefüllt, und durch die andere in 8 Stunden ausgeleert werden kann?

Wer beyde vorhergehende Auflösungen gehörig verstanden hat, der wird, entweder nach der ersten Erläuterung, die ganze Menge des Wassers in so viel Theile theilen, als Stunden zum Ablauf desselben, durch die alleinige Eröffnung der Ablaufsschleuße erforderlich sind, und alsdann schließen:

Wenn in einer Stunde einer dieser 8 Theile abläuft, so laufen in eben der Zeit $\frac{8}{14}$ oder $\frac{4}{7}$ dieses Theils zu. Er wird daher diese $\frac{4}{7}$ Zufluß von jenem Ganzen oder $\frac{7}{7}$ Abflusse abziehen, und $\frac{3}{7}$ Rest in 8 Stunden oder $\frac{56}{7}$ dividiren. Denn da nach Verlauf einer Stunde nur $\frac{3}{7}$ des achten Theils der Menge Wassers abgelaufen sind; so müssen demnach zur gänzlichen Ausleerung des Teichs so viel Stunden erforderlich seyn, als die $\frac{3}{7}$ in den 8 Stunden enthalten sind. Da nun diese $\frac{3}{7}$ in 8 Ganzen, oder $\frac{56}{7}$ $18\frac{2}{3}$ mal enthalten sind, so wird auch der Teich nach Verlauf von eben so viel Stunden ausgeleert seyn.

Oder er wird, weil nach der 2ten Erläuterung der Ab- und Zufluß mit den Zeiten derselben in umgekehrtem Verhältniß stehen, und also nach obiger Bedingung, so oft 14 Theile ablaufen, als 8 zufließen, diese von jenen abziehen, und übrigens nach der ersten Verfahrungsart zu Werke gehen.

Vierte Aufgabe.

Wenn ein Festungsgraben 4 Schleußen hat, durch deren erste allein derselbe in 20, durch die zweite allein in 28, durch die dritte allein in 32, und durch die vierte allein in 48 Stunden angefüllt werden kann; so fragt es sich, in wie viel Stunden er bey Eröffnung aller Schleußen auf einmal voll seyn werde?

Auflösung.

Daß die Zuflüsse durch alle Schleußen sich umgekehrt, wie ihre Zeiten verhalten, oder, daß durch die erste Schleuße so oft $\frac{1}{20}$ der ganzen Menge Wassers läuft, als durch die zweite $\frac{1}{28}$ u. s. f., ist klar. Nimmt man nun an, die ganze Wassermasse sey in so viel Theile getheilt, als Stunden sie durch eine von den Schleußen den Graben füllt; so ist eben so klar, daß in einer Stunde $\frac{1}{20} + \frac{1}{28} + \frac{1}{32} + \frac{1}{48}$ einläuft. Hieraus folgt, daß, wenn man mit der Summe dieser Theile in die angenommenen Stunden dividirt, die erforderliche Zeit zur Anfüllung des

Grabens, durch alle Schleussen auf einmal, erscheinen muß. Es sey also das zur Aufüllung des Grabens erforderliche Wasser = 20 Theile; so ist $\frac{1}{20} = 1$; $\frac{1}{28}$ aus diesen 20 Theilen = $\frac{20}{28}$ oder $\frac{5}{7}$; $\frac{1}{32} = \frac{20}{32}$ oder $\frac{5}{8}$; und $\frac{1}{48} = \frac{20}{48}$ oder $\frac{5}{12}$. Demnach laufen aus den 20 Theilen in einer Stunde: $1 + \frac{5}{7} + \frac{5}{8} + \frac{5}{12}$, oder, unter gleiche Benennung gebracht: $1 + \frac{480}{672} + \frac{420}{672} + \frac{280}{672}$; oder $\frac{120}{168} + \frac{105}{168} + \frac{70}{168}$, also überhaupt $2\frac{127}{168}$ von den 20 Theilen in einer Stunde ein. Diese nun in 20 Stunden dividirt, giebt die Antwort. Denn wird, wenn in einer Stunde der 20ste Theil des erforderlichen Wassers einfließt, der Graben in 20, d. i. so viel Stunden angefüllt, als der 20ste Theil in 20 Stunden enthalten ist; so wird er auch in so viel Stunden angefüllt seyn, als vielmal die $2\frac{127}{168}$ Theile in den 20 Stunden enthalten sind.

Also:

```
                     168
 2 127/166            20
 ---------      ---------
   468   . .   | 3360  | 7 112/463
               | 3241
               -------
                 119.
```

Anmerkung. Daß man das erforderliche Wasser in jede andere beliebigen Theile hätte theilen können, und dennoch richtige Antwort erhalten hätte, davon kann sich ein jeder durch Versuche überzeugen.

Fünfte Aufgabe.

Wenn zur Erbauung einer Redoute 3 Compagnien zugleich angestellt würden, und die erste Compagnie allein 15 Tage, die zweyte allein $12\frac{3}{4}$ Tage, und die dritte allein $8\frac{1}{2}$ Tag, zur Aufwerfung dieser Schanze verwenden müßte; so ist die Frage, in wie viel Tagen die Schanze fertig seyn werde?

Anmerk. Daß diese Aufgabe mit der vorigen einerley ist, folglich auch in der Auflösung so behandelt werden muß, wird jedem einleuchtend seyn.

Auflösung.

Der vorstehenden Anmerkung nach, wäre es zwar nicht nöthig, die Verfahrungsart der Auflösung hieher zu setzen; wegen der Brüche in derselben aber, wird es jedoch nicht überflüssig seyn.

Wegen des $\frac{1}{2}$ und der $\frac{3}{4}$ Tage müssen nicht nur die 8 und 12, sondern auch die 15 Tage unter einerley Benennung gebracht, d. i. zu Viertelstagen gemacht werden. Uebrigens ist es willkührlich, welche man von den 3 verschiedenen, in Viertelstage verwandelte, Zeiten als erste Verhältnißzahl annehmen will. Die kleinste derselben, nemlich 34, wird jedoch die bequemste seyn. Noch ist zu bemerken, daß man, wie leicht einzusehen ist, den Quotient als Viertelstag anzu-

sehen hat, und diese also in ganze Tage verwandeln muß.

Sechste Aufgabe.

Wenn ein Bote täglich $3\frac{1}{2}$ Meile zurücklegt, und ein anderer wird ihm, um ihn einzuholen, nach 5 Tagen nachgeschickt; in wie viel Tagen wird er ihn erreichen, wenn er täglich 5 Meilen zurücklegt?

Auflösung.

Da der erste Bote täglich $3\frac{1}{2}$ Meile oder 7 Stunden zurücklegt, so legt er in 5 Tagen $5 \cdot 7 = 35$ Stunden zurück. Der ihm nachgeschickte Bote tritt also seinen Weg an, nachdem jener schon 35 Stunden von ihm entfernt ist, und muß daher nicht nur diesen 35 Stunden langen, sondern auch noch jenen Weg durchreisen, welchen derselbe noch bis zu dem Augenblicke des Einholens zurücklegt. Da er nun täglich 5 Meilen, oder 10 Stunden, folglich des Tags 3 Stunden mehr zurücklegt, als jener; so kommt er ihm den 1sten Tag drey Stunden näher, als 35; den andern 6, den dritten 9, u. s. w. Hieraus folgt, daß er ihn in so viel Tagen einholen wird, als die drey Stunden in den 35 Stunden enthalten sind. Man darf also nur mit den 3 Stunden, die er täglich mehr als jener zurücklegt, in die 35 Stunden, welche derselbe voraus hat, dividiren.

Siebente Aufgabe.

Wenn eine feindliche Armee vor 6 Tagen aufgebrochen ist, und marschirt täglich $3\frac{1}{2}$ Meile, und die unsrige bricht heute auf; wie viel Meilen wird sie täglich marschiren müssen, wenn sie jene in 7 Tagen einholen will?

Auflösung.

Rastete die feindliche Armee, nach Verlauf der 6 Tage, 7 Tage lang; so würde die unsrige täglich 3 Meilen marschiren müssen, um jene in 7 Tagen einzuholen. Denn da sie täglich $3\frac{1}{2}$ Meile weit marschirt, so hat sie am Beschluß des sechsten Tages $6 \cdot 3\frac{1}{2}$ oder 21 Meilen zurückgelegt; der siebente Theil aber aus 21 ist 3. Da aber die feindliche Armee ihren Marsch immer fortsetzt, und sich täglich $3\frac{1}{2}$ Meile weiter entfernt; so muß die unsrige, wenn sie dieselbe in 7 Tagen einholen will, nebst den 3 Meilen, auch noch $3\frac{1}{2}$, also überhaupt $6\frac{1}{2}$ Meile, täglich marschiren.

Die nämliche Antwort erhält man aber auch, wenn man mit 7 in $13 \cdot 3\frac{1}{2}$ Meile dividirt; und dies ist sehr begreiflich. Denn da die feindliche Armee schon 6 Tage lang marschirt hat, ehe die unsrige aufgebrochen ist, und obiger Bedingung nach nun noch 7 Tage, folglich überhaupt 13 Tage auf dem Marsch ist; so ist es ganz natürlich, daß unsre Armee $13 \cdot 3\frac{1}{2}$ oder $45\frac{1}{2}$ Meile in den vor-

geschriebenen 7 Tagen zurückzulegen hat, wenn sie die feindliche einholen will.

Achte Aufgabe.

Wenn zwey Besatzungen ihre Standquartiere wechseln, und die eine marschirt täglich $4\frac{1}{2}$ Meile, die andere aber 5 Meilen; in wie viel Tagen werden sie einander begegnen, wenn beyde Garnisonen $47\frac{1}{2}$ Meile von einander entfernt sind?

Auflösung.

Da beide Besatzungen täglich $4\frac{1}{2} + 5 = 9\frac{1}{2}$ Meile zurücklegen, so ist es eben so, als wenn Eine Besatzung den ganzen Weg allein zu machen hätte. Man darf demnach nur, um den Tag ihrer Zusammenkunft zu finden, mit $9\frac{1}{2}$ Meile oder mit 19 Stunden in die $47\frac{1}{2}$ Meile oder 95 Stunden dividiren.

Neunte Aufgabe.

Wenn zwey Armeen, welche 46 Meilen von einander entfernt sind, einander entgegen rücken, und eine derselben marschirt täglich $4\frac{1}{2}$ Meile, wie viel Meilen wird demnach die andere täglich marschiren müssen, wenn sie einander am Abend des sechsten Tages aufstoßen sollen?

Auflösung.

die Meilen, welche die eine Armee in den vorgeschriebenen 7 Tagen zurücklegt, von dem ganzen Wege abgezogen werden müssen, und in den Rest mit 7 Tagen dividirt werden muß, ist leicht begreiflich.

Und daß dies die rechte Verfahrungsart sey, ist auch daraus erweislich, daß $4\frac{1}{2} + 3\frac{1}{6}$ Meile, welche beide Armeen täglich zurücklegen, 6mal genommen 46 Meilen enthalten.

Zehnte Aufgabe.

Wenn man die Zahl 1797 also in 2 Theile theilen wollte, daß die eine $79\frac{3}{8}$ größer wäre, als die andere, wie groß würde jeder Theil seyn?

Auflösung.

Man theile sowohl die gegebene Zahl, als auch den vorgeschriebenen Unterschied in zwey Hälften; addire sodann die eine Hälfte der Differenz zur einen Hälfte der Summe, und ziehe die andere Hälfte des Unterschieds von der Hälfte der Summe ab.

Nämlich: 2 | 1797 | $898\frac{1}{2}$ die Hälfte der Summe.
19
17
$\frac{1}{2}$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 79\tfrac{3}{8} \\
16 & 635 \mid 39\tfrac{11}{16} \text{ die Hälfte der Differenz.} \\
 & 48 \\
\hline
 & 155 \\
 & 144 \\
\hline
 & 11
\end{array}
$$

zu $898\frac{1}{2}$
$39\frac{11}{16}$ addirt
$938\frac{3}{16}$ die größere Zahl
von $898\frac{1}{2}$
$39\frac{11}{16}$ subtrahirt
$858\frac{13}{16}$ die kleinere Zahl.

Beweis.

Addirt man die eine Hälfte des Unterschiedes zur einen Hälfte der Summe, so ist die ganze Summe um $39\frac{11}{16}$ zu groß, und es mangelt auch der halbe Unterschied. Subtrahirt man nun die andere Hälfte der Differenz von der andern Hälfte der Summe, so schwinden die $39\frac{11}{16}$, welche vorhin zu viel waren, nicht nur wieder, sondern die verlangte Differenz findet auch statt.

Eilfte Aufgabe.

Es soll die Zahl 3749 also in 3 Theile getheilt werden, so daß sie sich zu einander verhalten, wie 3 : 7 und 13; d. h. daß der erste zum zweyten, wie 3 : 7, und der erste zum dritten, wie 3 : 13 sich verhält; oder deutlicher: daß der erste so oft im 2ten, als 3 in 7 und der erste so oft im 3ten, als 3 in 13 enthalten ist.

Auflösung.

Man addire die drey Verhältnißzahlen, und suche zu der Summe derselben, zu der zu theilenden Zahl, und zu jeder einzelnen Verhältnißzahl die vierte Proportionalzahl; oder: man mache drey Ansätze in der Regel de tri, und zwar so:

1) 23 : 3749 = 3

```
     3
  | 1124,7,| 489 der erste Theil.
    92
   204
   184
    207
    207
     0
```

2) 23 : 3749 = 7

```
     7
  | 262,4,3,| 1141 der zweyte Theil.
    23
    32
    23
    94
    92
     23
     23
     0
```

3) 23 : 4749 = 13

```
      13
   -----
   11247
    3749
  | 487,3,7, | 2119 der dritte Theil.
    46
    --
     27
     23
     --
      43
      23
      --
      207
      207
      ---
        0
```

Beweis.

So oft dem ersten Theil 3 zukommen, so oft gebühren dem zweyten 7, und dem dritten 13, aus der zu theilenden Zahl; 3 + 7 + 13 aber ist = 23. So oft nun diese 23 in den 3749 enthalten sind, so vielmal 3 gehören dem ersten Theile; dem zweyten Theile so vielmal 7, und dem dritten so vielmal 13; oder: der 23ste Theil aus 3749 muß 3, 7, und 13mal genommen werden.

Probe.

```
  489
 1141
 2119
 ----
 3749
```

Zwölfte Aufgabe.

Wenn 4 Kanoniere 8760 Schüsse zu thun haben, und a thut so oft 3 Schüsse, als b 5, c 7 und d 9 Schüsse thut; so fragt sichs, wie viel Schüsse jeder überhaupt thut?

Anmerkung. Diese Aufgabe wird, weil sie mit der vorhergehenden einerley ist, nach der vorigen Verfahrungsart behandelt.

Dreyzehnte Aufgabe.

Ein Artilleriehauptmann empfängt unter einander 190 Stück, theils 6= theils 12pfündige Kanonenkugeln, welche zusammen 1560 Pfund wiegen. Wie viel Kugeln warens von jeder Gattung?

Auflösung.

Man mache 1) die 1560 ℔ zu 6 pfündigen Kugeln, und ziehe, weil es mehr als 190 giebt, die 190 davon ab. Der Rest zeigt die Anzahl der zwölfpfündigen Kugeln an. 4) Mache man diese 1560 Pfund auch zu Zwölfpfündnern, ziehe, weil es weniger als 190 giebt, dieselben von 190 ab, und multiplicire den Rest mit 2. Das Produkt giebt die Zahl der sechspfündigen Kugeln.

```
1)   6 | 15,6,0 | 260
       | 12     | 190
       ------   -----
         36       70 Zwölfpfündner.
         --
          0
```

```
2)   12 | 156,0 | 130
        | 12    | 190
        ------   -----
          36      60
          36      2
        ------   -----
           0     120 Sechspfündner.
```

Probe.

```
a)  120
     70
   ----
    190 Kugeln überhaupt.

                          b) 120   12
                               6   70
                           ---------------
                             720 + 840 = 1560
                                    ℔ überhaupt.
```

Beweisgründe.

Bestünden die 1560 Pfund aus lauter sechspfündigen Kugeln, so würde ihre Zahl die 190 um so viel Stück übersteigen, als 12pfündige Kugeln unter denselben sind; weil das Gewicht eines Zwölfpfündners das Gewicht zweyer sechspfündigen Kugeln enthält. Dies ist der Grund des ersten Verfahrens.

Bestünden sie nun aus Zwölfpfündnern, so würde die Anzahl derselben um so viel geringer seyn, als die Hälfte der Sechspfündner in den 190 ausmacht; weil das Gewicht zweyer sechspfündigen Kugeln das Gewicht einer zwölfpfündigen enthält. Dies ist der Grund der zweyten Verfahrungsart.

Vier-

Vierzehnte Aufgabe.

Von einem gewissen Cavallerieregimente werden mehrere untaugliche Pferde verkauft, und aus jedem Paar 35 Thaler gelößt; dagegen werden zur Ergänzung der abgegangenen wieder eben so viel andere gekauft, und für je drey Pferde 115 Thaler bezahlt. Wenn nun bei dem Kauf und Verkauf 1500 Thaler verlohren werden; so fragt man, wie viel ge- oder verkauft worden sind?

Auflösung.

Man sieht, 1) wie viel Thaler Ein Pferd der ge- als verkauften, zu stehen kommt; 2) wie viel an jedem der erkauften verlohren worden; sodann dividirt man mit dem Verlust eines einzelnen Pferdes in 1500 Thaler. Denn so oft dieser im ganzen Verlust enthalten ist, eben so viel Pferde müssen es auch seyn, welche ge- und verkauft worden sind.

Also

Pferde Thlr.

2 | 35 | $17\frac{1}{2}$ Thlr. Ein Pferd der verkauften.
  | 15
  | 1

3 | 115 | $38\frac{1}{3}$ Thlr. Ein Pferd der erkauften.
  | 25 Also $20\frac{5}{6}$ Thlr. Verlust an einem Pferd.
  | 1

Funfzehnte Aufgabe.

Ein Artillerie-Officier wird gefragt, wie stark sein Commando sey? Worauf er zur Antwort giebt: die Hälfte seiner Leute schlage Brandröhren, $\frac{1}{3}$ derselben beschäftige sich mit Bombenfüllen, $\frac{1}{9}$ von ihnen trage solche ab und zu, und 2 Mann verfertigten Brandzeug. Wie stark war demnach sein Commando?

Auflösung.

Man bringe die Brüche unter einerley Benennung, verwandle sie durch die Addition in Einen Bruch, sehe nach, wie viel ihm noch an der Ergänzung mangelt, d. h. um wie viel derjenigen Theile des Ganzen, welche der Nenner anzeigt, der Zähler kleiner, als der Nenner ist; endlich mache man die noch übrigen zween Mann in so viel Theile, als noch zur Ergänzung nöthig sind, und multiplicire den ganzen Zähler mit derjenigen Mannschaft, welche einer der Theile enthält, womit der Bruch ergänzt worden ist. Das Product giebt die Antwort.

Also:

18	
$\frac{1}{2}$	9
$\frac{1}{3}$	6
$\frac{1}{9}$	2

$\frac{17}{18}$ + 2 Mann, oder $\frac{1}{18} = \frac{18}{18}$ oder die ganze Mannschaft.

Da nun, wie man siehet, der 18te Theil, welcher zu den $\frac{17}{18}$ addirt wurde, aus 2 Mann besteht; so multiplicirt man den ganzen Zähler 18 mit 2, welches 36 giebt, und also die verlangte Antwort ist.

Probe.

Die Hälfte aus 36 sind 18; der 3te Theil 12; der 9te Theil 4 Mann. 18 +

Gründe.

Dadurch, daß man die Brüche unter einerley Benennung bringt, theilt man die ganze Mannschaft in gewisse gleiche Theile. Dadurch aber, daß man die Zähler addirt, findet man, wie viel solcher Theile, ohne die noch übrigen Mann, an der ganzen Mannschaft mangeln, und diese 2 Mann bestimmen endlich, wie viel Mann auf jeden Theil gerechnet sind.

Sechzehnte Aufgabe.

Eine aus 80,000 Mann bestehende Armee, ist aus Infanterie, Cavallerie und Artillerie zusammengesetzt. Die Anzahl Cavalleristen, welche sich dabei befinden, ist 12mal so groß, als die Anzahl der Artilleristen, und noch 500 Pferde drüber: die Anzahl der Infanteristen aber beträgt dreymal so viel, als die der Cavalleristen, und noch 4500 Mann. Man fragt, wie viel sich von

jeder dieser Gattung von Soldaten bey der Armee befinden?

Auflösung.

Die 500 Cavalleristen und die 3 . 500 oder 1500 + 4500 Mann Infanteristen werden addirt, und von der ganzen Armee abgezogen. Den Rest dividirt man durch die Summe der Zahlen 1 + 12 + 36 = 49. Der Quotient drückt die Anzahl der Artilleristen aus. Diesen mit 12 multiplicirt und noch 500 dazu addirt; so erscheint die Anzahl der Cavalleristen. Eben denselben auch durch 36 multiplicirt, und noch 1500 + 4500 addirt, so hat man endlich auch die verlangte Zahl der Infanteristen.

```
Also:  500
      1500
      4500
  ----------
      6500 abgezogen
  von 80,000
  ---------------------
 49 | 735,00 | 1500
    | 49     | 12
  ---------------------
      245      3000
      245     15
  ---------------------
              1800
                500 addirt.
             ------------
              18500 Cavalleristen.
```

```
 1500
   36
 ----
 9000
  45
 -----
54000
 1500
 4500 addirt
 -----
60000 Infanteristen.
```

Probe.

```
 1500
18500
60000
------
80,000.
```

Gründe.

Die 500 + 1500 + 4500 Mann mußten darum vor der Theilung von der ganzen Armee abgezogen, und nach derselben wieder addirt werden, weil sie ausdrücklich als Zusätze bestimmt sind. Die 49, womit dividiret wurde, sind die Summe der Verhältniszahlen: 1 + 12 + 36. Daß aber diese wirklich die wahren Verhältnißzahlen sind, ist leicht begreiflich. Denn wenn der Cavalleristen 12mal mehr sind, als Artilleristen, so muß die Anzahl der Artilleristen sich zu der Anzahl der Cavalleristen verhalten, wie 1 : 12; und wenn der Infanteristen 3 mal mehr sind, als Cavalleristen, so muß die Anzahl der Cavalleristen sich verhalten zur Anzahl der Infanteristen, wie 12 : 36. Durch die Division der 49 in die 73,500

wurde diese Zahl in 49 Theile getheilt. Ein Theil derselben muß die Anzahl der Artillerie seyn, weil die Artillerie sich zur Cavallerie wie 1: 12, und zur Infanterie, wie 1 : 36, oder überhaupt, wie 1: 49 verhält. Daß der Quotient einmal mit 12, und das andere mal mit 36 multiplicirt wurde, geschah deswegen, weil der Aufgabe nach die Cavallerie 12 mal stärker, als die Artillerie, und die Infanterie 3mal stärker, als die Cavallerie seyn soll.

Siebzehnte Aufgabe.

Wenn unter gewisse Personen ein gewisses Geld ausgetheilt würde, und man fände, daß, wenn jede 5 fl. bekäme, 20 fl. übrig blieben; und daß im Gegentheil 70 fl. mangelten, wenn man jedem 6 fl. gäbe; so entstehet die Frage: wie viel Personen sind es, und wie viel Gulden enthält die zu vertheilende Summe?

Auflösung.

Um die Personen zu finden, addirt man 20 + 70; und um zu finden, wie viel Gulden die zu vertheilende Summe ausmacht, multipliciret man entweder 90 mit 5 und addirt 20 zum Product, oder man multiplicirt 90 mit 6, und subtrahirt 70 vom Product.

20
70
90 Personen
5
450
20
470 fl.
oder:
90
6
540
70
470 fl.

Probe.

90
5
450 subtrahirt
von 470
20 fl. zuviel.
90
6
von 540
470 subtrahirt
70 fl. zu wenig.

Gründe.

Ginge das zu vertheilende Geld gerade auf, wenn man jeder Person 6 fl. gäbe; so wären, wie leicht einzusehen ist, der Personen 20. Da aber 70 fl. zu wenig sind, wenn man jeder Person 6 fl. reicht; so ist nichts klärer, als daß der Personen 70 + 20 = 90 seyn müssen. Der Grund des weiteren Verfahrens, um die Summe des Geldes zu finden, ist zu einleuchtend, als daß man ihn hieher zu setzen, nöthig hätte.

Achtzehnte Aufgabe.

Ein Gewisser wollte einen Garten um baar Geld kaufen, hat aber sein Vermögen in Capitalien stehen. Zu dem Ende will er jedem seiner Schuldner einen Theil von ihrem Capital aufkündigen, weil es gute Schulden sind, und er sein

übriges Vermögen gern unter vielen Schuldnern vertheilt behalten will. Wenn er nun jedem 50 fl. aufkündigt, so hat er 100 fl. zu viel; wenn er aber jedem 40 fl. aufkündigt, so hat er 200 fl. zu wenig. Man fragt, wie viel er Schuldner habe; was sein Garten koste, und wie viel er jedem aufkündigen müsse, daß er weder zu viel noch zu wenig zu diesem Kaufschilling einnehme?

Auflösung.

Man addirt die 100 Gulden, welche zu viel sind, wenn er jedem seiner Schuldner 50 Gulden aufkündigt, zu den 200 fl. so zu wenig sind, wenn er jedem derselben 40 Gulden aufkündigt, und dividirt diese 300 fl. durch die 10 Gulden, so die 40 fl. weniger, als die 50 enthalten. Der Quotient ist die Zahl der Schuldner. — Uebrigens verfährt man, wie bei der nächstvorhergehenden Aufgabe, und dividirt endlich noch das ganze Capital, durch die Anzahl der Gläubiger, um zu finden, wie viel ein Jeder abzutragen schuldig ist.

100
200
10 | 300 | 30 Schuldner
50
1500
100
1400 Capital.

Oder:

30
40
1200
200
3 | 140|0 | 46⅔ fl. zahlt jeder Schuldner.
20
2

Probe.
46⅔
140
30
3 | 42,00 | 1400
12
30
50
1500
100
1400
30
40
1200
200
1400

Beweisgründe.

Es versteht sich, daß der Schuldner 10 seyn müßten, wenn er mit 40 fl. von jedem genug hätte, weil mit 50 fl. 100 fl. zu viel sind. Denn 40 Gulden sind 10 weniger, als 50, und 10 ist in 100 zehnmal enthalten. Da nun aber, wenn er jedem nur 40 Gulden aufkündigt, nicht nur die 100 Gulden Ueberschuß schwinden, sondern sogar noch 200 fl. am erforderlichen Capital fehlen; so müssen es demnach eben so viel Schuldner seyn, als 10 in 100 + 200 enthalten sind.

Neunzehnte Aufgabe.

Wenn man 180 fl. unter 4 Personen also vertheilte, daß die 2te zweymal so viel als die erste, und noch 12 fl.; die dritte dreymal so viel als die 2te, weniger 60 Gulden; und die 4te halb so viel, als die 1ste und 3te zusammen genommen, und noch 29 Gulden erhielte; wie viel wird eine jede bekommen?

Auflösung.

Also bekommt, wie aus der Aufgabe erhellet, A so oft 1 fl., als B 2; C so oft 6, als A 1, und B 2 bekommt; und D so oft $3\frac{1}{2}$, als A 1; B 2 und C 6 bekommt. Da nun $1 + 2 + 6 + 3\frac{1}{2} = 13\frac{1}{2}$ sind, so hat man das zu vertheilende Geld in so viel Theile zu theilen, und der ersten Person Einen derselben; der andern 2; der dritten 6; und der 4ten $3\frac{1}{2}$ zu geben. Bevor aber dieß geschiehet, muß auch auf das, was ein und die andere Person entweder noch hinzugesetzt bekommt, oder was ihr abgezogen wird, Rücksicht genommen werden. Es müssen nämlich die Zugaben von der Summe subtrahirt, und die Abzüge zu derselben addirt werden. Denn wie könnte man jeder Person den ihr zugedachten Zusatz reichen, wenn man ihn bey der Summe ließe und nach dem vorgeschriebenen Verhältniß unter Alle vertheilte? So einleuchtend dieses Jedem seyn wird, so schwer möchte es manchem seyn, die wahre Ursache

des Addirens dessen, was C und D wieder abgezogen wird, gehörig einzusehen. Diesen wird jenes Verfahren aber erklärbar seyn, sobald sie bedenken, daß dasjenige, was jenen zwey Personen nicht gereicht wird, doch nothwendiger Weise in der Casse der 180 fl. bleiben muß. —— Folgende Auseinandersetzung wird zur völligen Ueberzeugung dienen:

B bekommt 12 fl. mehr als $\frac{2}{25}$ aus der Summe.
C " " 36 " " " $\frac{6}{25}$ " "
D " " {29 / 18} " " " $\frac{7}{50}$ " "

Alsobekomen
B C D " 95 Gulden mehr, als $\frac{23}{50}$ aus dieser Summe.

C bekommt 60 fl. weniger, als $\frac{6}{25}$ + 36 fl. heraus.
D " " 30 " " $\frac{7}{50}$ + 18 + 29 fl.

Also bekomen
C u. D 90 fl. weniger, als $\frac{13}{50}$ + 18 + 29 fl.

Hieraus ist ersichtlich, daß zwar 95 fl. mehr, als $\frac{23}{50}$ von der Summe abgehen; aber auch wieder 90 fl. hinzukommen, und demnach eigentlich nur 5 fl. von derselben abgezogen werden müssen. Uebrigens wird man leicht einsehen, daß die 12 + 36 + 18 + 29 fl. wieder zu B C D addirt, die 60 + 30 fl. aber von C und D subtrahirt werden müssen.

Rechnung.

Theile.

A 1 fl.
B 2 + 12 fl.
C 6 + 36 — 60; denn 3. 2 = 6, und 3. 12 = 36
D $3\frac{1}{2}$ + 29 — 30; denn 1 + 6 = 7; die Hälfte
— 18 aus 7 ist $3\frac{1}{2}$; und die Hälfte
aus 36 = 18, und die Hälfte
aus 60 = 30.

$12\frac{1}{2}$ + 95 — 90.

25

von 180
95 subtrahirt.
zu 85
90 addirt
175
2
25 |350| 14 fl. für A.
100
100

28
3
zu 84
36 addirt
von 120
60 subtrahirt.
60 fl. für C.

zu
28
12 addirt
40 für B.

7 die Hälfte von A.
42 die Hälfte von C.
29
18 addirt
von 96
30 subtrahirt
66 fl. für D.

Probe.

14
40
60
66
180

Zwanzigste Aufgabe.

Einige Kinder theilen, nach der Verordnung ihres verstorbenen Vaters, das von demselben hinterlassene Vermögen also unter sich: Das erste nimmt 300 fl. und noch den siebenten Theil des Rests. Das zweyte nimmt 600 fl. und noch dazu den siebenten Theil des übrigen; das dritte nimmt 900 fl. und noch dazu den siebenten Theil des übrigen u. s. w. nämlich jedes nachfolgende, nimmt 300 fl. mehr, als das vorhergehende, und noch dazu den siebenten Theil des Ueberrests; und das jüngste Kind endlich nimmt den letzten Rest. Nachdem die Kinder diese Theilung nun wirklich vorgenommen, so finden dieselben zu ihrer größten Verwunderung, daß eins so viel, wie das andere bekomme. Es fragt sich also, wie groß das Vermögen gewesen, wie viel Kinder hinterlassen worden, und wie viel ein jedes bekomme?

Auflösung.

So schwer die Auflösung dieser Aufgabe zu seyn scheint, so leicht ist sie. Denn beym ersten Ueberblick fällt schon in die Augen, daß der Kinder weniger, als 7 seyn müssen; und betrachtet man sie näher, so findet man ohne große Schwierigkeit, daß jedes Kindes Vorausnahme und der siebente Theil des Rests allemal den sechsten Theil der zu vertheilenden Summe ausmacht, und demnach der Kinder 6 seyn müssen. Weiß man aber

die Zahl der Kinder, so findet man auch leicht, wie viel Gulden jedem zu Theil werden, und wie groß die zu vertheilende Summe ist. Denn da das erste 300, das zweyte 600, das dritte 900 Gulden u. s. w. bekommt; so bekommt das sechste 6 . 300. Man darf also nur 6 mit 300 multipliciren, so zeigt das Product das Erbtheil des sechsten Kindes; und weil eins so viel als das andere bekommt, auch zugleich jedes Kindes Erbtheil an. Multiplicirt man nun dieses Product noch mit 6, der Anzahl der Kinder, so findet man dadurch auch die ganze Erbschaftsmasse.

Also:

```
  300
    6
 ----
 1800 fl. jedes Kind
    6
 -----
10800 fl. der ganzen Summe.
```

Probe.

```
 10800                     10800
   300                      1800
 -------                   ------
7|105,00|1500               9000
   35,    300                600
         ----              ------
   1800 fl. für A.   7|84,00|1200
                      14    | 600
                            ------
                      1800 fl. für B.
```

```
   9000
   1800
  ------
   7200
    900
  ------
7| 63,00|900
        |900
        ------
        1800 fl. für C.
```

```
   7200
   1800
  ------
   5400
   1200
  ------
7|42,00| 600
       |1200
       ------
       1800 fl. für D.
```

```
   5400
   1800
  ------
   3600
   1500
  ------
7 |21,00| 300
        |1500
        ------
        1800 fl. für E.
```

```
   3600
   1800
  ------
   1800 fl. für F.
```

Zum Beweis, daß diese Verfahrungsart bey ähnlichen Aufgaben allgemein anwendbar sey, sollen noch einige Exempel folgen.

Ein und zwanzigste Aufgabe.

Man will eine gewisse Morgenzahl Aecker auf die nämliche Art theilen, doch mit dem Unterschiede, daß die Progression allemal um $5\frac{3}{4}$ Morgen steigen, und der Bruchstheil $\frac{1}{7}$ seyn soll.

Antwort;

$$\frac{5\frac{3}{4}}{23}$$

$$4$$

4 | 92, | 23 Morgen für jeden
  12   4
  92 Morgen überhaupt.

Probe.

$$92 \times 5\frac{3}{4} = 86\frac{1}{4}$$

5 | 345 | 69 | $17\frac{1}{4}$
45 | 29 | $5\frac{3}{4}$
$\frac{1}{4}$ 23 Morgen für A.

$$92 - 23 = 69$$

$$69 - 5\frac{3}{4} = 63\frac{1}{4}$$

$$63\frac{1}{4} - 5\frac{3}{4} = 57\frac{2}{4}$$

5 | 230 | 46 | $11\frac{2}{4}$
30 | $\frac{2}{4}$ | $5\frac{3}{4}$
$5\frac{3}{4}$
23 Morgen für B.

69
23
46
$5\frac{3}{4}$
$40\frac{1}{4}$
$5\frac{3}{4}$
$34\frac{2}{4}$
$5\frac{3}{4}$
$28\frac{3}{4}$ 4

5 | 11,5 | 23 | $5\frac{3}{4}$
15 | $\frac{3}{4}$ | $5\frac{3}{4}$
$5\frac{3}{4}$
$5\frac{3}{4}$
$5\frac{3}{4}$

23 Morgen für C.

46
23

23 Morgen für D.

Zwey und zwanzigste Aufgabe.

Ein Stück Leinwand soll so getheilt werden, daß der erste Theil 12 Ellen und $\frac{1}{4}$ des Rests; der zwente Theil 24 Ellen und $\frac{1}{4}$ des Rests; der dritte Theil 36 Ellen und $\frac{1}{4}$ des Rests, — enthalten soll?

Drey und zwanzigste Aufgabe.

Wenn man einen Ballen Leinwand also verschneidet, daß man $\frac{1}{2}$ daraus zu Manns-, $\frac{3}{7}$ zu Weibshemden, und noch 10 Ellen zu Leilacken

nimmt, und bleiben noch zwei Ellen übrig; so fragt sichs, wie viel der ganze Ballen enthält?

Auflösung.

Wäre blos $\frac{1}{2}$ vom ganzen Stück verschnitten worden, so wären $10 + 2$ Ellen die andere Hälfte, und 24 Ellen enthielt also das Ganze; oder wären nur allein $\frac{3}{7}$ daraus verschnitten worden, so machten $10 + 2$ Ellen die noch fehlenden $\frac{4}{7}$ aus, und $10 + 2 + 16 = 78$ Ellen enthielt das Ganze. Durch diese Betrachtung muß man nothwendig auf den Schluß geleitet werden, daß die Auflösung eben so leicht von statten gehen könne, wenn man $\frac{1}{2} + \frac{3}{7}$ in Einen Bruch verwandelt, d. i. beyde Brüche addirt.

	14	
Also: $\frac{1}{2}$	7	7
$\frac{3}{7}$	2	6
		13
		14 verkauft.

Zwölf Ellen machen demnach, weil nur noch $\frac{1}{14}$ am Ganzen fehlt, den 14ten Theil des ganzen Stücks aus: folglich muß es $14 . 12 = 168$ Ellen enthalten.

Probe. 2|16,8,|84   7 | 168 | 24
20 | 3
72
84
156
12
168.

Vier und zwanzigste Aufgabe.

Wenn ein Schuhmacher einen Schuhknecht unter der Bedingung in seine Arbeit nähme, daß er ihm jeden Tag, an welchem er arbeiten würde, 48 kr. geben wolle; dahingegen er verbunden seyn solle, sich so oft 36 kr. abziehen zu lassen, als er Tage aussetzen würde: und nach 28 Tagen rechneten sie mit einander ab, und fänden, daß dem Schuhknecht gar kein Lohn gebühre; wie viel Tage hätte er demnach gearbeitet, und wie viel gefeyert?

Auflösung.

Es ist nicht schwer einzusehen, daß die Arbeits- und Feyertage des Schuhknechts sich umgekehrt verhalten, wie die 36 und 48 Kreuzer, d. h. daß jene zu diesen sich verhalten, wie 48 : 36; oder diese zu jenen, wie 36 : 48. Da nun 36 : 48 = 3 : 4, so folgt hieraus, daß er so oft 3 Tage gearbeitet, als 4 Tage gefeyert haben muß; welches noch überdies auch daraus erweislich ist, daß 3 . 48 = 144, und 4 . 36 ebenfalls =

144 ist. So viel mal also 3 + 4 = 7 in 28 enthalten ist, eben so vielmal 3 Tage hat er gearbeitet, und so vielmal 4 Tage gefeyert.

Probe.

7 | 28 | 4
4
16 Tage gefeyert
16
36
96
48
576 Kr. Abzug.

7 | 28 | 4
3
12 Tage gearbeitet.
12
48
96
48
576 Kr. Verdienst.

Fünf und zwanzigste Aufgabe.

Wenn man von 80 Fuder Wein 1 Fuder Zoll gäbe, bekäme aber 40 fl. wieder heraus; und von 300 Fuder gäbe man auch ein Fuder und noch 15 fl. baar; wie viel würde das Fuder werth seyn?

Anmerkung. Daß die 80 und 300 Fuder und der Zoll von beyden eine geometrische Proportion unter einander ausmachen, d. h. daß die Zölle sich zu einander verhalten müssen, wie 80 : 300; oder wie 4 : 15, ist eine bekannte Wahrheit, und wohl zu beherzigen, wenn man diese Aufgabe mit Einsicht aufzulösen, im Stande seyn will.

Auflösung.

Demnach, daß man von den 80 Fudern 40 Gulden auf ein Fuder Zoll heraus bekam, und

von den 300 Fudern ein Fuder und noch 15 Gulden baar Zoll geben mußte, betragen die 300 Fuder 35 Gulden mehr, als die 80 Fuder. Wollte man nun annehmen, sie betrügen gar nichts, so würden zwar die 300 Fuder 55 Gulden mehr betragen: allein diese beyden Zölle würden sich nicht, wie 4: 15, sondern wie 0: 55 verhalten, d. i. die 80 Fuder würden gar keinen Zoll geben. Man muß also sowohl 0 als 55 so viel Einheiten zusetzen, daß mehr erwähntes Verhältniß statt findet. Dies kann auf zweyerley Art geschehen: man kann nämlich entweder zu 0 und 55 so viel Gulden addiren, bis beyde Zahlen sich, wie 4: 15 verhalten. Oder man zieht 80 Fuder von 300 Fuder ab und schließt: wie sich 220: 55 = 80. — Der Quotient zeigt den Zusatz auf beyden Seiten an.

Weiß man aber den Zusatz, so weiß man auch zugleich den Werth eines Fuder Weins; denn man darf ja nur, nachdem man denselben zu 55 addirt hat, die 15 Gulden Zoll, welche man noch über das Fuder zahlt, von der Summe abziehen; da denn, wie man leicht einsehen kann, der Werth des Fuders übrig bleiben muß.

Rechnung.

0 : 55
1 : 56
2 : 57
3 : 58
4 : 59
5) 5 : 60 = 1 : 12.
6 : 61
7 : 62
8 : 63
9 : 64
5) 10 : 65
11) 11 : 66 = 1 : 6.
12 : 67
13 : 68
14 : 69
5) 15 : 70 = 3 : 14.
16 : 71
17 : 72
18 : 73
19 : 74
5) 20 : 75 = 4 : 15. Also 20 fl. von 80 Fuder und 75 fl. von 300 Fuder.

Oder: 220 : 55 = 80
11) $\frac{2}{1}$ 5 4
2) 4
20 für 80 Fud.

55
20
75 fl. für 300 Fuder.

40 + 20 = 60.
75 − 15 = 60.

Sechs und zwanzigste Aufgabe.

Wie viel Geld hat derjenige, welcher auf die Frage: Wie viel Geld er habe, zur Antwort giebt: Wenn ich $\frac{1}{3}$ so viel und noch $\frac{4}{5}$ dessen, was ich zu wenig habe, besäße, so hätte ich 100 fl.?

Auflösung.

Sein Geld und das gewünschte Drittheil muß sich demnach verhalten, wie 1 : $\frac{1}{3}$ oder wie 3 zu 1; und $\frac{4}{5}$ dessen, was er weniger, als 100 Gulden hat, muß in Verbindung mit dem $\frac{1}{3}$ das Ganze ausmachen, welches ihm noch mangelt an 100 fl. Da nun $\frac{5}{5}$ das ganze Mangelnde ausdrückt, so fehlt an $\frac{4}{5}$ nur noch $\frac{1}{5}$; folglich muß das $\frac{1}{3}$ als das noch fehlende $\frac{1}{5}$ betrachtet, die $\frac{4}{5}$ aber dürfen nun nicht mehr als $\frac{4}{5}$, sondern als $\frac{4}{3}$ angesehen werden. Da nun $\frac{1}{3} + \frac{4}{3} = \frac{5}{3}$ sind und wie oben erwähnt 1 als seine Baarschaft anzusehen ist; so folgt hieraus, daß $\frac{5}{3}$ mangeln und $\frac{3}{3}$ vorhanden sind: $\frac{5}{3} + \frac{3}{3}$ aber sind $= \frac{8}{3}$. Hieraus erhellet, daß zur Beantwortung obiger Frage weiter nichts erforderlich ist, als die 100 Gulden in 8 Theile zu theilen, und den 8ten Theil mit 3 zu multipliciren.

Also:

8 | 100 | $12\frac{1}{2}$ . .
20 | 4
4 | 1
8 | 2

$12\frac{1}{2}$
25
3
2 | 75 | $37\frac{1}{2}$
15

oder: 100
3
8 | 300 | $37\frac{1}{2}$
60 4
4 | 1
8 | 2

Probe.

$37\frac{1}{2}$ fl. Baarschaft.
$12\frac{1}{2}$ als $\frac{1}{3}$ aus $37\frac{1}{2}$.
50 als $\frac{4}{5}$ aus $62\frac{1}{2}$, welche er unter 100 fl. hat.
100.

Sieben und zwanzigste Aufgabe.

Gesetzt, es kauft ein Tuchhändler einerley Tuch, zu $5\frac{1}{2}$, $6\frac{2}{3}$, $8\frac{3}{4}$ und $10\frac{4}{5}$ Gulden den Stab; wie viel Stab von jedem wird er um 1797 fl. bekommen, wenn er des einen so viel, als des andern nimmt?

Auflösung.

Daß er um $5\frac{1}{2} + 6\frac{2}{3} + 8\frac{3}{4} + 10\frac{4}{5}$ fl. 4 Stab bekommt, sieht auch der Ungeübteste ein; bekommt er aber um dieses Geld von jeder Sorte Einen Stab, so muß er für die ganze Summe so viel Stab von jeder derselben bekommen, so oft der Werth jeden Stabs in derselben enthalten ist. Man darf also diese verschiedene Werthe nur addiren, und durch diese Summe die ganze Kaufsumme dividiren.

Rechnung.

```
        60
  5 1/2 |30 |30              1797
  6 2/3 |20 |40                60
  8 3/4 |15 |45       1903 |10782,0|56 1252/1903
 10 4/5 |12 |48               9515
 ------------------           -----
 31 43  60|163|2              12670
    60       12               11418
 -----     -----              -----
 1903        43                1252
```

Acht und zwanzigste Aufgabe.

Ein Weinhändler kauft dreyerley Wein, 350 440 und 580 fl. das Fuder, und nimmt dreymal so viel des zweyten als des ersten, und fünfmal so viel des dritten als des zweyten; wie viel Fuder wird er von jedem bekommen, wenn er um 40,000 fl. nimmt?

Auflösung.

Demnach nimmt er des zweyten so oft 3 Fuder, als er des ersten 1 Fuder nimmt, und des dritten so oft 15, als des zweyten 3. Daß diese Einmal genommen, 350 + 3. 440 + 15. 580 Gulden betragen müssen, ist eine ausgemachte Wahrheit, und daß er so vielmal 1 Fuder des ersten, so viel mal 3 Fuder des zweyten, und so vielmal 15 Fuder des dritten Weins erhalten muß, als dieses Geld in der ganzen Kaufsumme enthalten ist, ist eben so wahr. Man darf demnach 350 + 3. 440 + 15. 580 zusammenziehen, und hiermit 40,000 dividiren; so bestimmt der Quotient die Anzahl der Fuder des ersten Weins: das Product aus 3 und dem Quotient drückt die Fuder des zweyten Weins aus, und das Product aus 15 und dem Quotient giebt die Zahl der Fuder des dritten Weins.

Rechnung.

```
 440
   3
----
1320

 580
  15
----
2900
 580
----
8700

8700
1320
 350
-----
10370
```

```
10370|40,000|3 8890/10370
     |31110 |
     -------
      8890
```

```
10370 : 3 = 40000
                3
          -------
         |120000|11 5930/10370
         |10370 |
          -------
          16300
          10370
          -----
           5930
```

```
10370 : 15 = 40000
                15
            ------
            200000
             40000
            -------
10370  |60000,0|57 8910/10370
       |51850  |
        -------
         81500
         72590
         -----
          8910
```

Probe.

8890

3 | 10370

3

40000

350

1037|0 | 1400,0,0,0|0 | 135 $\frac{50}{1073}$.

1037

3630

3111

5190

5185

50

5930

11 | 10730

11

16660

10730

123960

440

4958400

4958400

1037,0 | 5454,2,4,0,|0 | 5259 $\frac{657}{1037}$.

5185

2692

2074

6184

5185

9990

9333

657

```
     8910
57  10370
       57
    81500
   51850
  600000
  580
1037|0| 348000,0,0|0|33558 3540/10370
        31110
        36900
        31110
        57900
        51850
        86500
        82960
         3540

                     50
             1350
                    657
             5259
            33558   354
            ---------------
                   1061.
```

Neun und zwanzigste Aufgabe.

Wenn das ℔ Zucker 29 kr. kostet, und 78 ℔ kommen auf 5 Duplonen 12 kr.; so fragt sichs, wie viel Kreuzer und Gulden auf die Duplone gerechnet sind?

Auflösung.

Die 78 ℔ sind demnach 78. 29 kr. werth; so viel Kreuzer aber diese werth sind, so viel müssen auch an den Duplonen 12 kr. seyn. Wären es nun blos 5 Duplonen, so für die 78 ℔ bezahlt werden, so dürfte man nur, um zu finden, zu wie viel Kreuzer Eine gerechnet ist, den fünften Theil der Kreuzer suchen, d. h. dieselben durch 5 dividi-

ren; da aber der Zucker überhaupt 5 Duplonen 12 kr. kostet, so müssen, wie man leicht einsehen wird, diese 12 kr. zuvor von der ganzen Summe abgezogen werden.

```
      Also:                            Probe.
       78                              fl.   kr.
       29
    ------                             7 ÷ 30
      702                                60
     156                              -----
    ------                              450
     2262                                 5
       12    60                       -----
    ------                             2250
  5|22,5,0|450 | 7                       12
   |  25  |420 |                      -----
           ----------                  2262
             30
```

Dreyßigste Aufgabe.

Wenn die Maas Wein $\frac{1}{9}$ Louisd'or gilt, und eine Ohm auf 8 Louisd'or 6 fl. $44\frac{3}{4}$ kr. zu stehen kommt; so fragt man, wie hoch der Louisd'or angeschlagen ist?

Auflösung.

Wenn 1 Maas $\frac{1}{9}$ Louisd'or gilt, so sind 80 Maas $\frac{80}{9}$ oder $8\frac{8}{9}$ derselben werth; diese $8\frac{8}{9}$ aber müssen doch offenbar eben das ausdrücken, was 8 Louisd'or, 6 fl. $44\frac{3}{4}$ kr. ausdrücken. Folglich müssen, weil $8 = 8$ ist, auch $\frac{8}{9} = 6$ fl. $44\frac{3}{4}$ kr. seyn.

Zur Auflösung dieser Aufgabe ist also weiter nichts erforderlich, als zu schließen

```
L. d.     L. d.     fl.      kr.
 8/9   :   1.   =   6   +   44 3/4 ?
                   60
                  ----
                   404
                     4
                  ----
                  1619
                     9        60
                  ----
          32 | 14571 | 455 | 7 fl. 35 11/32 kr.
             |  128  | 420 |
          --------------------
                177     35
                160
               -----
                171
                160
               -----
                 11
```

Probe.

```
fl.    kr.    pf.          fl.    kr.    pf.
 6  +  44  +  3             7  +  35  +  1 3/8
60                         60
---                        ---
404                        455
  4                          4
------                     ------
1619                       1821
   8                          8
------                     ------
12952                      14571

           1619
           ----
           12952 | 8
        -------------
           14571 | 9 Louisd'or.
```

Ein und dreyßigste Aufgabe.

Gesetzt, ein Herr nähme einen Bedienten an, und würde mit ihm einig, ihm jährlich 80 fl. und eine Livree zu geben; er schickte ihn aber nach 8 Monaten wieder fort, und ließ ihm unter der Bedingung die Livree, sich 24 fl. darauf herausgeben zu lassen: Wie viel wird sie demnach werth seyn?

Auflösung.

Daß er nach 8 Monaten $\frac{8}{12}$ sowohl des baaren Jahrlohns, als auch der Livree verdient hat, ist ohne Rechnung bekannt, und eben so bekannt ist es auch, daß die noch nicht verdienten $\frac{4}{12}$ aus den 24 fl., welche er noch auf seine Livree herauszugeben schuldig ist, und aus den baaren 80 fl. bestehen. Man hat also weiter nichts zu thun, als zu suchen, wie viel Gulden die $\frac{8}{12}$ des Ganzen ausmachen; diese zu den 24 + 80 fl. zu addiren, und die baaren Gulden von der Summe abzuziehen, wenn man den Werth der Livree finden will. Man schließe also:

```
     M.      M.     fl.
4)   4 :     8  =  104
    ---     ---
     1       2       2  oder: 4)  4 :   12  =  304
                   ---           ---    ---
                   208             1     3       3
                   104                         ---
                   ---                         312
                   312                          80
                    80                         ---
                   ---                         232
                   232
```

Probe.

4) 12 : 312 = 8
4) 3 104 2 232
1 2 208
208 24

Zwey und dreyßigste Aufgabe.

Eine Gesellschaft von Metzgern kauft auf einmal 50 Ochsen, und schlachtet wöchentlich 2 davon, wie viel Centner Heu würde sie es kosten, wenn die 50 Stück in der ersten Woche 12 Ctr. kosteten?

Auflösung.

Diese Aufgabe kann, wie leicht zu begreifen ist, durch 25 Ansätze in der Regel Detri aufgelößt werden; auf eine weit kürzere Art aber erhält man die Antwort, wenn man schließt: 50 Ochsen fressen in Einem Monat 12 Ctr., wie viel fressen demnach 25 Ochsen in 26 Wochen?

Also:

5 5 1
Ochsen | 50 > 2) Ctr. < | 25 Ochsen
Wochen 1 12 26 Wochen.
5) 10 6 5
2) 2 26 1
1 156

Drey und dreyßigste Aufgabe.

Wenn ein Capitalist jemanden, erstens 200 Gulden auf 4 Jahre, und zweytens 200 Gulden auf 8 Jahre leihet, kommt aber in der Folge mit seinem Schuldner also überein, daß er ihm das Capital nicht auf gesetzten Termin abtragen, sondern beyde Capitale auf einmal, gerade zu der Zeit wieder bezahlen solle, daß keiner von ihnen Schaden leide; so fragt sichs: wann?

Auflösung.

Es ist, dünkt mich, nicht schwer zu begreifen, daß beyde Capitale, weil sie gleich sind, zusammen genommen, der Billigkeit nach nur die Hälfte von beyden Terminen stehen dürfen; es bedarf mithin weiter keines Verfahrens, als 4+8 in zween gleiche Theile zu theilen, wie folget:

```
      4
      8
  ――――――――
  2 |12| 6 Jahre.
      0
```

Anmerkung. Von der Richtigkeit dieses Verfahrens kann man sich am besten überzeugen, wenn man für beyde Capitale, ein gewisses Procent annimmt, und sowohl von jedem insonderheit den 4 und 8jährigen, als auch von beyden vereint, den 6jährigen Zins berechnet.

Z. B. zu 4 Procent.

fl. 100 fl. 4 200 fl.
7 1 > 4 < 4
1 — 8
4 —
32 fl.

fl. 100 > 4 < 200
7 1 8
1 — 16
4 —
64 fl.

fl.
32
64
—
96 fl. überhaupt

fl. 100 > 4 < 400
7 1 6
24 —
4 —
96 fl.

Vier und dreyßigste Aufgabe.

Wenn man 550 fl. auf 6 Jahre, und 800 fl. auf $4\frac{1}{2}$ Jahre verliehe; würde aber nachher mit seinem Schuldner also einig, daß beyde Summen auf einmal abgetragen werden sollten: wie lange dürften sie stehen, daß keiner Schaden litte?

Auflösung.

Diese und ähnliche Aufgaben lassen sich auf zweyerley Arten auflösen; Entweder kann man die zwey Capitale mit ihren Zeiten multipliciren, die Produkte addiren und ihre Summe so betrachten, als drücke sie die Jahre aus, welche Ein Gulden stehen müsse. Alsdann kann man schließen: Wenn Ein Gulden so und so viel Jahre stehen muß, wie viel Jahre müssen demnach 500 + 800 Gulden stehen? — Oder man kann schließen: I. Wenn 550 Gulden 6 Jahre stehen, wie lange werden demnach 550 + 800 Gulden stehen müssen? — II. Wenn 800 Gulden $4\frac{1}{2}$ Jahre stehen, wie lange werden demnach 800 + 550 Gulden stehen müssen? — Beide Antworten zusammen genommen, geben die Zeit.

Anmerkung. Daß beyde Capitale vereint nicht so lange stehen können, als jedes besonders; oder: daß ihre Zeiten sich umgekehrt verhalten, lehrt die Vernunft. Also gehören die Ansätze, wie jeder Rechner weiß, in die sogenannte Regel Detri indirecta, oder conversa, nämlich:

	fl.	fl.		Jahre
I.	6) 1366	5) 550	= 6)	6
	5) 225	5) 110		1
	5) 45	|22|$2\frac{4}{9}$		
	9	18		
		$\frac{4}{9}$		

II. 9) 1350 fl. : 5) 800 fl. — $4\frac{1}{2}$ Jahre

5) 150   16   9) 9

3

6 | 16 | $2\frac{2}{3}$

12 | 2

4   4|2

6|3

9

$2\frac{4}{9}$ | 1 | 4

$2\frac{2}{3}$ | 3 | 6

$5\frac{1}{9}$ 9|10|$1\frac{1}{9}$.

1

Fünf und dreyßigste Aufgabe.

Man leihet Jemanden 200 fl. auf $1\frac{3}{4}$ Jahr, und an dem nämlichen Tage noch 300 fl. auf $2\frac{1}{2}$ Jahr; der Schuldner trägt aber das erste Capital früher ab, als auf gesetzten Termin, und kömmt endlich auch nach zweymal so langer Zeit, als das erste Capital gestanden hat, mit dem andern Capital, und spricht: Meiner Rechnung nach ist keiner von uns beyden schuldig, einer dem andern etwas herauszugeben: wie lange hat jedes Capital gestanden?

Auflösung.

Man multiplicirt beyde Capitale mit ihren Zeiten, bringt beyde Produkte in Eine Summe,

halbirt diese Summe, und schließt alsdann: Wie das Produkt des ersten Capitals mit seiner Zeit sich zu seiner Zeit verhält; so verhält sich auch die halbe Summe beyder Produkte mit ihrer Zeit zur Zeit dieser halben Summe: das 4te Glied dieser Proportion drückt die Zeit aus, welche das letzte Capital stehen muß; woraus dann folgt, daß das erste Capital die Hälfte dieser Zeit stehen muß.

Rechnung.

```
  1¾                    2½
 ───                   ───
  7                     5
   200                   300
 ────────              ────────
4 |140,0|350          2 |150,0|750
  ──                    ──
  20                    10


5) 350 :  1¾  =  5) 350
7)  7   7) 7     4| 11|2¾ Jahr das zweyte
  ───    ───        ────       Capital.
   1      1          ¾
   4/4

      2¾
  ─────────
  8|11|1⅜ Jahr das erste Capital.
    ──
    ⅜
```

Anmerkung. Die Probe dieser und der vorigen Aufgabe wird nach der nämlichen Verfahrungsart gemacht, wie bey der 83sten Aufgabe.

Sechs und dreyßigste Aufgabe.

Gesetzt, man ließe aus einem mit Wein angefüllten Fasse eine Ohm, füllte es wieder mit eben so viel Wasser an, und setzte dies viermal fort; wie viel Wein und Wasser würde nach diesem viermaligen Abzapfen und Anfüllen noch im Fasse seyn?

Rechnung.

Ohm

von 4

1 abgezogen

bleiben 3

1 Wasser dazu addirt

von 4, woran $\frac{3}{4}$ Wein, und $\frac{1}{4}$ Wasser ist

1, woran dennoch auch $\frac{3}{4}$ Wein und $\frac{1}{4}$ Wasser ist, abgezogen;

bleiben 3, nämlich $2\frac{1}{4}$ Ohm Wein und $\frac{3}{4}$ Ohm Wasser.

1 Wasser dazu addirt

von 4, woran nun $2\frac{1}{4}$ Ohm Wein und $1\frac{3}{4}$ Ohm Wasser ist

1, nämlich $\frac{9}{16}$ Ohm Wein und $\frac{7}{16}$ Ohm Wasser abgezogen,

bleiben 3, nämlich $1\frac{11}{16}$ Ohm Wein und $1\frac{5}{16}$ Ohm Wasser.

1 Wasser dazu addirt.

von 4, woran jetzt $1\frac{11}{16}$ Ohm Wein und $2\frac{5}{16}$ Ohm Wasser ist,

1, nämlich $\frac{27}{64}$ Ohm Wein und $\frac{37}{64}$ Ohm Wasser abgezogen

bleiben 3, nämlich $1\frac{17}{64}$ Ohm Wein, und $1\frac{47}{64}$ Ohm Wasser.

1. Wasser dazu addirt,

bleiben 4, nämlich $1\frac{17}{4}$ Ohm Wein, und $2\frac{47}{64}$ Ohm Wasser.

Sieben und dreyßigste Aufgabe.

Wenn man 1 Ohm Guldenwein mit Zwölfbatzenwein also mischen wollte, daß man erst 1 Viertel des Guldenweins abzapfte, und alsdann 1 Vtl. Zwölfbatzenwein hinzufüllte; dann zum zweyten, dritten und vierten Male ein Viertel des nun schon gemischten Weins herausnähme, und ebenfalls zum 2ten, 3ten und 4ten Male ein Vtl. Zwölfbatzenwein hinzugösse; so entsteht die Frage: wie viel von jedem Wein nach dieser Operation im Fasse bliebe, und wie viel nun die Maas werth wäre?

Auflösung.

Vtl.
von 20
1 abgezogen

bleiben 19
1 Zwölfbatzenwein addirt

von 20, nämlich 19 Vtl. Guldenwein, und 1 Vtl. 12 Batzenwein,
1, nämlich $\frac{19}{20}$ Vtl. Guldenwein, und $\frac{1}{20}$ Vtl. Zwölfbatzenwein subtrahirt.

bleiben 19, nämlich $18\frac{1}{20}$ Vtl. Guldenwein, und $\frac{19}{20}$ Vtl. 12 Batzenwein.
1 Zwölfbatzenwein addirt.

von 20, nämlich $18\frac{1}{20}$ Vtl. Guldenwein und $1\frac{19}{20}$ Vtl. 12 Batzenwein
1, nämlich $\frac{361}{400}$ Vtl. Gulden- und $\frac{39}{400}$ Vtl. 12 Batzenwein abgezogen

bleiben 19, nämlich $\frac{6859}{400}$ Vtl. Guldenwein und $\frac{741}{400}$ Vtl. 12 Batzenwein.
1 Zwölfbatzenwein addirt.

Vtl.

von 20, nämlich $\frac{6859}{400}$ Vtl. Guldenwein und
$\frac{1141}{400}$ Vtl. 12 Batzenwein

1, nämlich $\frac{137100}{160000}$ Guldenwein und
$\frac{22820}{120000}$ 12 Batzenwein abgezogen

bleiben 19, nämlich $\frac{2606420}{160000}$ Guldenwein, und
$\frac{433580}{160000}$ 12 Batzenwein.

1 Zwölfbatzenwein addirt.

giebt 20, nämlich $\frac{2606420}{160000}$ Guldenwein, und
$\frac{593589}{160000}$ 12 Batzenwein.

oder $16\frac{46420}{160000}$ Guldenwein, und $3\frac{113580}{160000}$ Batzenwein.

Also besteht nach der 4ten Abzapfung und Wiederfüllung die gemischte Ohm aus $16\frac{46420}{160000}$ Vtl. Guldenwein und aus $3\frac{113580}{160000}$ Vtl. Zwölfbatzenwein.

Um nün die in der Aufgabe vorkommende zweyte Frage zu beantworten, muß man zuvörderst den Werth jedes Weins besonders berechnen; beyde Werthe zusammen ziehen, und diese Summe durch 80 Meas, so die Ohm enthält, dividiren: so beantwortet der Quotient dieselbe.

Rechnung.

$$\overset{}{2,\ \frac{60642|0}{160,00|0}} \;\Big|\; \overset{2}{\smile}\ \frac{130,321}{8000}$$

2|000 | 130,|321 | 65 fl.
10

321
60

| 19|260 | $9\frac{63}{100}$ fr.
1

$$\frac{126|0}{200|0} \;\Big|\; \frac{63}{100}$$
(2)

$$\frac{593,58|0}{160,00|0} \;\Big|\; \frac{29679}{8000}$$
(2)

29679
12
59358
29679
8|000 | 356|148 | 44 | 8 fl. (5)
36 4
4148 12
12 48
8296 $6\frac{111}{500}$
4148 54
8|000 | 49|776 | $6\frac{111}{500}$ fr.
1

$$\frac{1776}{8000} \;\Big|\; \frac{222}{1000} \;\Big|\; \frac{111}{500}$$
(8) (8)

```
 fl.      kr.   500
                 ⏟
 65  +  9 63/100 | 5 |   375
  8  + 54 111/250| 1 |   111 2
                          ⏟
 74     3 213/250      426 | 213
 60                    ─── | ───
────                   500 | 250
4443
 250
────
222363                 250
 8886                   80
                      ─────
2|0000|11,1,|0963|55 kr.  20000
      | 11  |
                       10963
  10963                    4
──────                ─────
  20000  .  .  .  |4|3852|2 963/5000 pf.

            4
            ⏟
     3852 | 963
   ────── | ────
   20,000 | 5000
```

Anmerkung. Diese zwey Aufgaben hätte man auch auf eine andere und zwar weit kürzere Art auflösen können. Bey der folgenden Aufgabe soll diese Verfahrungsart gezeigt werden.

Acht und dreyßigste Aufgabe.

Wenn man 1 Fuder Wein, das 600 Gulden werth ist, mit einem andern Weine, wovon das Fuder 840 fl. kostet, also mischen wollte, daß man wechselsweise eine halbe Ohm abzapfte, und wieder zugösse, und setzte dies 12mal fort, wie viel von jedem Wein würde alsdann im Fasse

bleiben, und wie viel würde nun das Fuder werth seyn?

Auflösung.

In den zwo nächstvorhergehenden Aufgaben stiegen die Bruchsnenner auf beyden Seiten, bis zur 4ten Potenz, und zwar darum, weil viermal ab- und zugegossen wurde. Da nun nach dieser Aufgabe zwölfmal ab- und zugegossen werden soll, so müssen die Bruchsnenner bis zur 12ten Potenz steigen. Man darf daher, um kürzer zu verfahren, sowohl die 12 halbe Ohme, so erst im Fasse sind, als auch die 11 halbe Ohme, welche nach der ersten Abzapfung noch im Fasse bleiben, zur 12ten Potenz erheben, d. i. 11mal mit sich selbst multipliciren, und alsdann schließen: Wie das Product der 12 halben Ohme sich zum Product der 11 halben Ohme verhält; so müssen auch die 12 halben Ohme selbst sich zu dem noch im Fasse bleibenden Weine verhalten, wovon das Fuder 600 Gulden werth ist.

Rechnung.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 12 \\ \hline 24 \\ 12 \\ \hline 144 \end{array}$$ die zweyte Potenz.

144
12

288
144

1728 die dritte Potenz
12

3456
1728

20736 die vierte Potenz.
12

41472
20736

248832 die fünfte Potenz.
12

497664
248832

2985984 die sechste Potenz.
12

5971968
2985984

35831808 die siebente Potenz.
12

71663616
35831808

429981696 die achte Potenz.
12

859963392
429981696

5159780352 die neunte Potenz.
12

10319560704
5159780352

61917364224 die zehnte Potenz.

61917364224
12
123834728448
61917364224
743008370688 die eilfte Potenz.
12
1486016741376
743008270688
8916100448256 die zwölfte Potenz.

11
11
121 die 2te Potenz.
121
1331 die 3te Potenz.
1331
14641 die 4te Potenz.
14641
161051 die 5te Potenz.
161051
1771561 die 6te Potenz.
1771561
19487171 die 7te Potenz.
19487171
214358881 die 8te Potenz.
214358881
2357947691 die 9te Potenz.
2357947691
25937424601 die 10te Potenz.
25937424601
285311670611 die 11te Potenz.
285311670611
3138428376721 die 12te Potenz.

4) 8916200448256 : 3138428376721 = $\frac{12}{3}$ +

3) 2229025112046

743008370688 | 3138428376721 |
| 2972033482752 | $4\frac{166394893969}{743008370688}$

166394893969

von 6 Fuder

$4\frac{166394893969}{743008370688}$ Fuder abgezogen

bleiben $1\frac{576613476719}{743008370688}$ Fuder.

Probe.

$6\frac{743008371688}{743008371088}$ oder 1.

Neun und dreyßigste Aufgabe.

Drey Personen zinsen sich eine Chaise, um nach Frankfurt zu fahren, für $6\frac{1}{2}$ fl.; es kommen aber, da sie eben abfahren wollen, 3 gute Freunde, welche mitzufahren wünschen, und man kommt mit dem Fuhrmann also überein, daß $\frac{1}{3}$ dessen, so die hinzugekommenen Personen zahlen, ihm zu gut kommen solle: Wie viel wird demnach jede Person zahlen müssen?

Auflösung.

Dieser Aufgabe nach ist es eben so gut, als wenn nur 2 Personen hinzugekommen wären; man darf also nur 1 von den hinzu gekommenen Personen abziehen, den Rest zu den ersten 3 Personen addiren, und mit der Summe 5 in $6\frac{1}{6}$ fl. dividiren; so ist der Quotient dasjenige, was jede von den 6 Personen zahlen muß.

Also:

3
1
―――
2　　　　　$\frac{6\frac{1}{2}}{13}$
3
―――
5
2
―――
10|13|$1\frac{3}{10}$ fl. oder 1 fl. 28 kr.
　　3

Vierzigste Aufgabe.

Gesetzt, man würde mit einem Maurer einig, einen Brunnen von 110 Fuß um 96 Gulden graben zu lassen; würde aber, nachdem er 77 Fuß gegraben hätte, uneins mit ihm: Was würde man ihm nun schuldig seyn?

Auflösung.

Es ist begreiflich, daß das Mühsame dieses Geschäfts in dem Grade zunehmen muß, wie die Tiefe: daß z. B. das Ausgraben des 2ten Fußes schon mehr Mühe erfordert, als der erste; der 3te mehr, als der 2te; der 4te mehr als der 3te u. s. w. Hieraus folgt, daß sein Verdienst auch in dem nämlichen Verhältniß stehen muß. Demnach läßt sich diese Aufgabe nicht anders auflösen, als dadurch, daß man sowohl von 110 als auch von 77 Fuß eine arithmetische Progression in der natürlichen Fortschreitung macht, jede Reihe summirt und schließt: Wie sich die Summe der

Progression von 77 Gliedern verhält; so verhalten sich auch 96 fl. für jene Summe zum Verdienst für diese Summe.

Anmerkung. Da ich die Kenntniß der Lehre von den Progressionen voraussetze, so verfahre ich hier ganz nach derselben.

Also:

```
1)  110          2)  78
    +1               +1
    ---              ---
    111              79
     55              39
    ---              ---
    555              711
   555              237
   ----             ----
   6105             3081

   6105 : 3081 = 96

3) ________  ____
   2035   1027
     .      96
         -----
     .    6162
      .  9243
      --------
       . . |9859,2,| 48 fl.
           |8140   |
        --------
         17192
         16280
        --------
           912
            60
        --------
     2035|5472,0|26 362/407 kr.
         |4070  |
        --------
         1402,0
         1221 0 5
        --------
          1810  | 362
        ------- | ---
          2035  | 407
```

Ein

Ein und vierzigste Aufgabe.

Unter 3 Compagnien Soldaten, welche bey Bestürmung eines Dorfs 840 fl. erbeutet haben, soll diese Summe also vertheilt werden: daß die erste Compagnie die Hälfte, die zweyte $\frac{1}{3}$, und wenn diese $\frac{2}{3}$ bekommt, die 3te $\frac{5}{7}$ der gemachten Beute erhalten sollte. Wie viel Gulden trägt es jeder Compagnie?

Auflösung.

Bekäme die dritte Compagnie wirklich $\frac{5}{7}$, so dürfte man $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{5}{7}$ unter einerley Benennung bringen, die Zähler addiren, und schließen: Wie sich die Summe dieser Zähler zur ganzen Beute verhält, so muß auch jeder Zähler insonderheit sich zu seinem Antheil verhalten. Hieraus ist zu ersehen, daß man eben so verfahren muß, nachdem man zuvor den verhältnißmäßigen Antheil in einem Bruch ausgedruckt gefunden hat; diesen findet man aber nicht anders, als durch folgenden Ansatz:

$$\frac{2}{3} : \frac{5}{7} = \frac{1}{3}$$

Also: $\frac{25}{42}$ für die dritte Compagnie.

Und nun nach Obigem:

	42	
$\frac{1}{2}$	21	21
$\frac{1}{3}$	14	14
$\frac{25}{42}$	1	25
		60

3) 60 : 840 = 7
2) 2 42
1 7
294 fl. A.

3) 60 : 840 = 25.
2) 2 28
1 14
25
70
28
350 fl. C.

3) 60 : 840 = 14
2) 2 28 7
1 7
196 fl. B.

Zwey und vierzigste Aufgabe.

Ein Handelsmann hat $\frac{3}{8}$ seines Vermögens im Lederhandel; $\frac{7}{8}$ aus diesen $\frac{3}{8}$ machen den Werth seines Oels aus, und $\frac{4}{5}$ des Werthes seines Oels sind seine übrigen Spezereywaren werth. Ueberdies hat er auch noch ein Capital von 350 fl. ausstehen. Wie reich ist er?

Auflösung.

Wer die Lehre von der Multiplication in Brüchen versteht, wird wegen der in dieser Aufgabe vorkommenden Brüche aus Brüchen nicht verlegen seyn: Er wird beyde mit einander multipliciren. — Uebrigens ist wohl zu erwägen, daß die herauskommenden Bruchtheile zusammen genommen Theile seines Vermögens und die 350 fl. die Ergänzung daran sind. Hieraus folgt, daß man die 3 Brüche addiren und nachsehen muß, um wie viel der Zähler kleiner, als der Nenner

ist; die noch mangelnden Theile mit den 350 fl. ergänzt und schließt: Die noch mangelnden Theile geben 350 fl., was geben die Theile seines in den Waaren steckenden Vermögens?

$\frac{3}{8} \cdot \frac{7}{8}$

$\frac{21}{64} \cdot \frac{4}{5}$

4

$\frac{84}{320} \mid \frac{21}{80}$

320		
$\frac{3}{8}$	40	120
$\frac{21}{64}$	5	105
$\frac{21}{80}$	4	84

$\frac{309}{320}$ macht sein Vermögen in Waaren aus; folglich drücken die noch mangelnden $\frac{11}{320}$ die 350 fl. aus: Demnach läßt sich sein in Waaren steckendes Vermögen leicht finden. Man darf nur schließen:

Wenn 11 Theile des ganzen Vermögens 350 fl. ausmachen; so machen 309 Theile sein in Waaren steckendes Vermögen aus.

Also:

$11 : 350 = 309$

```
      350
      309
     3150
    1050
11 | 108150 | 9831 2/11 fl. des Vermögens in den Waaren.
      99
       91      350 fl. Capital addirt,
       88    10181 2/11 fl. das ganze Vermögen.
        35
        33
         20
         11
          9
```

Drey und vierzigste Aufgabe.

Es dingt ein Eigenthümer von 100 Schafen einen Schäferknecht auf $7\frac{1}{4}$ Jahr um einen gewissen Lohn; schlägt aber nach 10 Monaten noch 150 Stück, und sechs Monate nach dieser Zeit abermal 160 Stück dazu: Wie lange ist der Knecht, diese Schafe zusammen genommen, um den nämlichen Lohn zu hüten, verbunden?

Auflösung.

Daß er nicht schuldig ist, die $100 + 150 + 160$ Stück $7\frac{1}{4}$ Jahr zu hüten, sieht jeder ein, und wer die Lehre von Verhältnissen versteht, wird wissen, daß die noch zu dienende Zeit nach 10 Monaten sich nicht, wie $100 : 250$, sondern umgekehrt, wie $250 : 100$ verhält; und daß nach $6\frac{1}{2}$

Monat die noch zu dienende Zeit sich nicht, wie 250: 410, sondern wie 420: 250 verhält. Er wird daher nach 10 Monaten also schliessen: Wie sich verhalten

St. St. Monat

5) 250 : 100 = 72

5 2 2

. . . . . | 154 | $30\frac{4}{5}$ Monat wäre er also
5 | schuldig, die 250 Stück noch zu hüten, wenn die 160 Stück nach $6\frac{1}{2}$ Monat nicht dazu kämen; da aber solche nach dieser Zeit dazu kommen, so wird er die $6\frac{1}{2}$ Monat von 77 Monaten abziehen und schliessen: Wie sich verhalten

410: 250 = $24\frac{3}{10}$

243
250
12150
486
| 607,5,0 | $148\frac{7}{41}$
411
197
164
335
328
7

Vier und vierzigste Aufgabe.

Wenn 11 Personen: Männer, Weiber und Kinder 1 fl. 39 kr. verzehren, und ein Mann zahlt 12, eine Frau 8, und ein Kind 5 Kreuzer; so fragt man, wie viel jeder Personen insonderheit vorhanden sind?

Auflösung.

Diese Aufgabe läßt sich am kürzesten durch die sogenannte Regulam alligationis auflösen. Man nimmt an, es zahle jede Person gleich viel, nämlich 9 kr.; setzt diese als das Medium zwischen 12, 8 und 5 kr. an, und verfährt alsdann ganz nach obiger Regel.

	12	4 + 1 = 5	Männer
9	8	3 — — —	Weiber und
	5	3 — — —	Kinder.

P r o b e.

5 Männer
mit 12 kr. multiplicirt.
giebt 60 Kreuzer.

3 Weiber
mit 8 kr. multiplicirt.
giebt 24 kr.

3 Kinder
mit 5 kr. multiplicirt
giebt 15 kr.

60
24
15

Summa 99 kr. oder 1 fl. 39 kr.

Fünf und vierzigste Aufgabe.

Wenn man um 365 fl. eben so viel Maas Wein von dreyerley Werth kaufen wollte, und bezahlte die Maas des besten um 2, die Maas des mittlern um 1, und die Maas des geringsten um ½ fl.; so fragt sichs, wie viel Maas man von jedem erhielte?

Auflösung.

Die Verfahrungsart ist ganz die vorige.

Anmerkung. Um das Medium der verschiedenen Werthe zu finden, nimmt man wieder an, es gälte einer wie der andere.

1	2	½
	1	1
	½	1

$2\frac{1}{2} : 365 = \frac{1}{2}$

5 | 365 | 73 Maas des besten.
15

$2\frac{1}{2} : 365 = 1$
5 . 2

730 | 146 Maas des mittlern und geringsten.
23
30

Probe.

Maas	72
72	2
146	146 fl. für den besten
146	146 ; ; mittlern
365 Maas überhaupt.	73 ; ; geringsten
	365 überhaupt.

Sechs und vierzigste Aufgabe.

Gesetzt, es habe ein Metzger 104 fl. für welche er eben soviel Stück Schlachtvieh, nämlich Schweine, Kälber und Spanferkel kaufen wollte; wie viel Stück von jeder Art würde er bekommen, wenn er das Schwein um 10, das Kalb um 4, und das Spanferkel um $\frac{1}{2}$ fl. bezahlte?

Auflösung.

Da man hier wieder ganz nach der vorhergehenden Verfahrungsart zu Werke geht; so wäre es überflüssig die Auflösung in Zahlen hieher zu setzen.

Sieben und vierzigste Aufgabe.

Wenn 3 Personen überhaupt 1000 fl. haben, handeln gemeinschaftlich damit, und macht A aus 4 fl. 5; B. aus 5 fl. 6; und C. aus 10 fl. 11 fl.; wie viel Gulden hat jede Person gehabt, wenn sie am Schluß ihres Handels 1160 fl. Hauptgut und Gewinn herausbringen?

Auflösung.

Wenn aus 4 fl. 5 werden, so wird aus 1 fl. $1\frac{1}{4}$ fl.; wenn ferner aus 5 fl. 6 werden, so wird aus 1 fl. $1\frac{1}{5}$ fl.: und wenn endlich aus 6 fl. 10 werden, so wird aus 1 fl. $1\frac{1}{10}$ fl., wie leicht ein-

zusehen ist. Mit diesen verfährt man nach obiger Methode, nämlich:

$1\frac{1}{4}$	25		1160		$1\frac{25}{100}$
$1\frac{1}{5}$	20	1000	1000	$1\frac{16}{100}$	$1\frac{20}{100}$
$1\frac{1}{10}$	10		160		$1\frac{10}{100}$

Oder 116	125	6
	120	6
	110	9 + 4

25 : 1000 = 6

6

600,0, | 240 für A. und

50 | 240 für B.

100

25 : 1000 = 13

1000

13000 | 520 für C.

125

50

Acht und vierzigste Aufgabe.

Zwey Personen haben zusammen 365 fl. handlen, und gewinnen 35 fl. damit, so daß sie am Schluß ihres Handels 400 fl. haben; wie viel hat jeder für sich gehabt, wenn A aus 4 fl. 5, und B aus 3 fl. 5 gemacht hat?

Anmerkung. Wer die vorigen Aufgaben gefaßt hat, wird diese ohne Anweisung auflösen können.

Neun und vierzigste Aufgabe.

Man besitzt 100 Goldstücke von verschiedenem Werth: einige zu 12, einige zu 18 fl. das Stück;

man verwechselt sie aber gegen andere, deren jedes 15 fl. werth ist, und bekommt derselben 116 Stück dafür. Es fragt sich: wie viel Zwölf- und wie viel Achtzehenguldenstücke man gehabt hat?

Auflösung.

Man sucht das Medium, d. h. man dividirt mit den 100 Goldstücken in die 116; nimmt den Quotient als Mittelzahl zwischen 12 und 18 Gulden, welche man unter die nämliche Benennung bringt, an, und procedirt übrigens nach obiger Methode.

100 | 116 | $1\frac{4}{25}$ | 29
| 100 |
16 | 4
100 | 25

$\frac{18|6}{15|5}$ (3) $\frac{12|4}{15|5}$ (3)

6 × 5 = 30   4 × 5 = 20

29 < 30 | 9
29 < 20 | 1

10 : 100 = 9
10
90

10 : 100 = 1
10
10

Funfzigste Aufgabe.

Man soll einen Wein, davon die Maas 24 kr. kostet, mit einem andern, davon die Maas 12 kr. gilt, so vermischen, daß man von der Vermischung 160 Maas habe, wovon jede 20 kr. werth sey: Wie viel Maas wird man von dem ersten, und wie viel von dem zweyten nehmen müssen?

Beantwortung der Aufgaben.

1te: 72 Stunden.
2te: In $33\frac{3}{4}$ Stunden.
3te: In $18\frac{2}{3}$ Stunden.
4te: In $7\frac{119}{463}$ Stunden.
5te: In $3\frac{918}{1139}$ oder beinahe 4 Tagen.
6te: In $11\frac{2}{3}$ Tagen.
7te: $6\frac{1}{2}$ Meile.
8te: Am Beschluß des 5ten Tages.
9te: $6\frac{1}{3}$ Stunden oder $3\frac{1}{6}$ Meile.
10te: $938\frac{3}{16}$ die größere Zahl, $858\frac{13}{16}$ die kleinere Zahl.
12te: A. 1095; B. 1825; C. 2555; D. 3285.
13te: 70 Zwölfpfündner, 120 Sechspfündner.
14te: 72 Pferde.
15te: 36 Mann.
16te: 1500 Artilleristen, 18500 Cavalleristen und 60,000 Infanteristen.
17te: 90 Personen und 470 fl.
18te: 30 Schuldner, 1400 fl. Capital; und $46\frac{2}{3}$ fl. zahlt jeder Schuldner.
19te: A 14; B 40; C. 60; D. 68.
20te: 10800 fl. das ganze Vermögen, 6 Kinder und 1800 fl. jedes Kind.
21te: $5\frac{3}{4}$

$$
\begin{array}{l}
\underline{\;5\frac{3}{4}\;} \\
23 \\
\underline{\;\;4\;} \\
4\,|\,92,\,|\,23 \text{ Morgen für jeden} \\
\;\;\;\underline{12}\;\;\;\underline{\;4\;} \\
\;\;\;\;\;\;\;\;92 \text{ Morgen überhaupt.}
\end{array}
$$

22te: 3 Theile enthält das ganze Stück; 36 Ellen enthält jeder Theil, und 108 Ellen enthält das Stück.

23te: 168 Ellen.

24te: 16 Tage gefeyert und 12 Tage gearbeitet.

25te: 60 fl.

27te: $56\frac{1352}{1903}$ Stab.

29te: 450 kr. und 7 fl. 30 kr.

30te: 7 fl. 35 kr. $1\frac{3}{8}$ pf.

31te: 232 fl.

32te: 156 Centner.

33te: 6 Jahre.

34te: 5 Jahre, 1 Monat, 10 Tage.

36te: $1\frac{17}{64}$ Ohm Wasser.

37te: $16\frac{46420}{160000}$ Btl. Guldenwein, und
$3\frac{113580}{160000}$ Btl. Zwölfbatzenwein.
Von dieser Mischung ist die Maas 55 kr. und $2\frac{963}{5000}$ pf. werth.

38te: $4\frac{166394893969}{743008370688}$ Fuder des ersten, und
$1\frac{576613476719}{743008370688}$ Fuder des zweyten Weins.

39te: 1 fl. 18 kr.

40te: 48 fl. $26\frac{362}{427}$ kr.

46te: 4 Schweine, 4 Kälber und 96 Spanferkel

47te: A 240 fl. B 240 fl. und C 250 fl.

48te: A. $277\frac{2}{5}$ und B $87\frac{3}{5}$ fl.

49te: 90 Achtzehenguldenstücke, und 10 Zwölfguldenstücke.

50te; $106\frac{2}{3}$ Maas des ersten und $53\frac{1}{3}$ des zweyten.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Fünfzig Aufgaben aus der Algebra

Frankfurt a. M. 1799

Math.u. 8
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10593676-1
VD18 14387964-001